Модель проникновения влаги в почву на основе гистерезисного подхода

В. С. Ножкин, E-mail: nozhkin-v@list.ru [1]
Ж. Б. Холмуродов[1], И. А. Сапожников[1], И. А. Синюгин[1]

[1] Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Аннотация. *В работе представлен подход к инфракрасной диагностики скрытых объектов в почве с учетом динамически меняющегося влагосодержания. При этом идентификация скрытых объектов строилась на основе тепловых аномалий, создаваемых скрытыми объектами.*

Ключевые слова: *модель, гистерезис, влагосодержание в почве, беспилотный летательный аппарат.*

Введение

В настоящее время беспилотные летательные аппараты находят широкое применения во всех сферах человеческой деятельности, так, например, их используют при сборе информации при чрезвычайных ситуациях, обеспечении работы телекоммуникаций, проведение метеорологических измерений, экологического мониторинга, поиска глубинных объектов, а также доставки грузов и многое др. При всем при этом, обнаружение и распознавание наземных объектов является сложной задачей, но трудней найти и распознать объекты, скрытые под земной поверхностью, в частности мины, заглубленные убежища и т.д., все это связано с сложными процессами, происходящими как на земной поверхности, так и в ней. Наиболее часто применяемым методом поиска заглубленных объектов является инфракрасный способ. Он основывается на контрасте температур фона (земной поверхности) и самого заглубленного объекта [1-5].

На обнаружение объекта под землей, влияет множество факторов, одним из которых является влажность почвы. Таким образом, целью настоящей статьи является установления зависимости глубины обнаружения объекта в почве от ее увлажненности на основе экспериментальных и теоретических данных [6-9].

---

1. Постановка задачи

Рассмотрим трехмерное пространство почвы, в которую помещен скрытый объект. На температуру поверхности влияет множество факторов, таких как тип почвы, глубина залегания объекта, тепловая мощность, коэффициент излучения почвы ее влажность, а также скорость ветра. Кроме того, будем считать, что и грунт, и погребенный предмет однородны. При этом грунт считаем увлажненным, математически постановка задачи выглядит следующим образом [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial T}{\partial t} = \alpha(x, y, z, \theta(t)) \nabla^2 T \\ L \dfrac{d}{dt} \theta(t) = I(t) - D(t) - E(t) \end{cases}, \qquad (1)$$

где T – температура; x, y, z – координаты пространства; t – время; $\alpha = k / c\rho$ – температуропроводность твердого тела; $\theta(t)$ – удельное содержание воды (при условии $0 \le \theta \le 1$); L – толщина слоя почвы; $I(t)$ – интенсивность проникновения влаги в почву; $D(t)$ – интенсивность дренажа под почвенный слой; $E(t)$ – интенсивность испарения, возникающая за счет корней растений, находящихся в почвенном слое.

Начальные и граничные условия

$$T(0, x, y, z) = T_0(x, y, z); \quad \theta(0) = \theta_0; \quad T(t, x, y, z)\big|_{\Gamma} = T_{\Gamma}(x, y, z), \qquad (2)$$

В классическом законе Дарси правая часть данной модели определяется следующим выражением

$$I(t) = \min\left\{Q(t), \frac{\psi(t)}{A}\right\}, D(t) = \frac{1}{B}\left(\psi + \frac{L}{2}\right), \quad E(t) = \frac{ET(t)}{C}, \qquad (3)$$

где ψ – матричный потенциал; A, B, C – параметры уравнения; $Q(t)$ – интенсивность наблюдаемых осадков; $ET(t)$ – интенсивность испарения и транспирации; $E(t)$ и Θ – входные и выходные параметры оператора Прейсаха с переменным состоянием $\eta(t)$.

Физическое объяснение указанной модели основано на следующих предпосылках: проникновение влаги через сеть макропор происходит равномерно и занимает весь объем почвенного слоя. В момент, когда поступающие осадки больше не могут впитываться почвой, излишек уходит на поверхность слоя и таким образом, возникает «запруживание». В данной модели вариант закона Дарси представляет почвенное осушение или дренаж, а также матричные силы, удерживающие воду [8-9].

Однако, эта модель не в полной мере описывает динамику влагосодержания, поскольку эксперименты показали наличие гистерезисной зависимости между матричным потенциалом и удельным содержанием воды. Чтобы учесть это свойство зависимость между матричным потенциалом и удельным содержанием воды моделируется с помощью оператора Прейсаха P.

Приведем краткое описание соответствующего преобразователя. Для этого рассмотрим двухпозиционное реле с пороговыми числами α и β, $(\alpha < \beta)$.

Пространством состояний неидеального реле является пара чисел (0, 1). Связь между входом $u(t) \in C[0, T]$ и переменным выходом $x(t) \in \{0, 1\}$ устанавливается оператором $R[\alpha, \beta, x_0]$ [8-9]

$$x(t) = R[\alpha, \beta, x_0]u(t) . \tag{4}$$

При этом начальное состояние x_0, должно удовлетворять следующим условиям: если $u(0) \le \alpha$, то $x_0 = 0$; если $u(0) \ge \beta$, то $x_0 = 1$; если $\alpha < u(0) < \beta$, то $x_0 = 0$ или $x_0 = 1$.

Описанный выше преобразователь определен на пространстве непрерывных функций, является детерминированным и статическим. Детальное описание этого преобразователя, а также его свойств приведено, например, в [8-9].

Представленная выше гистерезисная модель лежит в основе гидрологической модели, описывающей проникновение и испарение влаги в почве. Исходя из этого, второе уравнение модели (1) примет вид

$$\begin{cases} \Theta = f(t, y(t)) + g(t) = F(t, E(t)) \\ y(t) = A[\eta(t)]E(t) \end{cases}, \tag{5}$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – входные и выходные параметры оператора Прейсаха с переменным состоянием $\eta(t)$; $f(t, x)$ – функция непрерывно дифференцируема по переменным t и x; $g(t)$ – функция непрерывно дифференцируема, кроме точек $T = \{\tau_i\}$, в которых определены и ограничены значения $g(\tau_i - 0)$, $g(\tau_i + 0)$, $g'(\tau_i - 0)$, $g'(\tau_i + 0)$, но $g(t)$ или $g'(t)$ могут иметь ограниченные разрывы в τ_i. Также следует сделать предположение о том, что любой ограниченный интервал содержит конечное число точек τ_i [3–9]

Заключение

В настоящей статье предложена модель метод идентификации скрытых объектов в почве средствами ИК диагностики с учетом динамически меняющегося влагосодержания земной поверхности. При этом влияние влагосодержание учитывалось параметрически в зависимости коэффициента теплопроводности от концентрации воды.

Список литературы

1. Гасников, А. В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков/ А. В. Гасников и др. Издание 2-е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2013. – 427 с.
2. Гордин, В. А. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. – М.: Физматлит, 2010. – 356 с.
3. Уизем, Д. Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 2013. – 238 с.
4. Zadorozhniy, V. G. Stochastic model of heat transfer in the atmospheric surface layer / V. G. Zadorozhniy, V. S. Nozhkin, M. E. Semenov, I.I. Ul'shin // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2020. – vol. 60. – P. 459–471. doi.org/10.1134/S0965542520030173.
5. Zadorozhnii, V. G. A linear firet-order differential equation with ordinary variational derivatives / V.G. Zadorozhnii // – Moscow: Pleiades Publishing, Ltd., April 1993. – Vol. 53. – P. 383-388.
6. Zadorozhniy, V. G. Stabilization of Linear Systems by a Multiplicative Random Noise / V. G. Zadorozhnii // Differential Equations. 2018, Vol. 54, i. 6. P. 728-747.
7. Zadorozhniy, V. G. Linear chaotic resonance in vortex motion / V. G. Zadorozhnii // Computational mathematics and mathematical physics. 2013, Vol. 53, i. 4. P. 486-502.
8. Nozhkin, V. A stochastic model of the moisture motion in the atmosphere: two-dimensional case / V. Nozhkin, M. Semenov, I. Ulshin and O. Sokolova // IEEE Xplore. International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). – 2020. – P. 1–4. doi: 10.1109/ITNT49337.2020.9253297.
9. Nozhkin, V.S. A model of advective changes in air humidity: a stochastic approach / V.S. Nozhkin, V.G. Zadorozhniy, I.I. Ulshin and O.I. Kanishcheva // Int. J. Engineering systems modelling and simulation. – 2020. – Vol. 11. – No. 4. – P. 160–169. doi: 10.1504/IJESMS.2020.111273.